

# NUEVA METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DEL EFECTO TOPOGRÁFICO PARA LA CORRECCIÓN DE DATOS SATELITALES

Orlando ÁLVAREZ<sup>1,3</sup>, Mario GIMENEZ<sup>1,3</sup> y Carla BRAITENBERG<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Geofísico y Sismológico Ing.Volponi, Universidad Nacional de San Juan, San Juan. Email: orlando\_a\_p@yahoo.com.ar; gimario@gmail.com

<sup>2</sup> Dipartimento di Geoscienze, Università di Trieste, Trieste, Italy. Email: berg@units.it

<sup>3</sup> Conicet - Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

## RESUMEN

Presentamos el desarrollo de un programa denominado *DEM2tess*, que permite convertir un modelo digital de elevaciones en un conjunto de prismas esféricos denominados tesoroides. Estos últimos se utilizan como datos de entrada en el programa *Tesseroids-V2*, para la obtención del potencial anómalo y las componentes del tensor del gradiente gravimétrico. Esta nueva metodología permite realizar el cálculo del efecto topográfico que será aplicado a datos gravimétricos y gradiométricos satelitales. El programa *Tesseroids*, fue modificado respecto de su versión original la cual solo permitía el cálculo con modelos sintéticos. El uso del programa *DEM2tess* en conjunto con el *Tesseroid-V2*, permiten realizar cálculos utilizando la topografía real, transformando los datos en un sistema de coordenadas geocéntricas, y de ésta manera comparar los resultados directamente con los datos satelitales. Esta nueva propuesta mejora hasta 50 veces el tiempo de proceso respecto del programa *Tesseroids*, lo cual es fundamental para el cálculo con grillas de datos topográficos a escala regional.

**Palabras clave:** *Efecto topográfico, modelos globales de gravedad, GOCE, tesoroides, modelo digital de elevaciones*

## ABSTRACT

*New method for the topographic effect calculation for satellite data correction.*

We developed a new software called *DEM2tess*, which allows converting a digital elevation model in a set of spherical prisms called tesseroids. Then, they are used as input to the software *Tesseroids-V2*, in order to obtain the anomalous potential and the components of the gravity gradient tensor. This new method allows topographic effect calculation to correct satellite gravimetric and gradiometric data. The software *Tesseroids*, was modified because it only allowed calculation with geometric models. The use of the software *DEM2tess* together with the software *Tesseroid-V2*, allow calculate topographic effect using a real topography. Data are transformed onto a geocentric coordinate system, in order to directly compare results with satellite data. This new software improves calculation in 50 times with respect to the software *Tesseroids*, this is fundamental for calculation with large topographic grids.

**Keywords:** *Topographic effect, global gravity field models, GOCE, tesseroids, digital elevation model*

## INTRODUCCIÓN

El mapeo del campo de gravedad terrestre ha conseguido un extraordinario avance a partir de las misiones satelitales, tales como ser CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery and Climatic Experiment) y ahora GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer). La gravimetría satelital es altamente sensible a las variaciones del campo de gravedad terrestre. Este último, puede ser determinado mediante el monitoreo de las órbitas, por

medio de mediciones de variaciones de la altura del satélite, o ya sea por medio de gradiómetros montados en el mismo. La gravimetría satelital, además de la geodesia física, ha encontrado una importante aplicación en el estudio de la litósfera a escala regional, prueba de esto son los trabajos de Braitenberg *et al.* (2011), Álvarez *et al.* (2012) y Hirt *et al.* (2012).

Para las determinaciones del geoides, el efecto topográfico debe ser eliminado de los observables del satélite, y de esta forma poder establecer al geoides como una superficie de referencia (Forsberg y Ts-

cherning 1997). Con los nuevos modelos satelitales se pueden realizar modelados litosféricos a escala regional, para ello, es necesaria la reducción de la masa topográfica, ya que la señal gravimétrica generada por la topografía enmascara la señal litosférica. El efecto generado por las masas topográficas sobre el campo de gravedad y sus derivadas puede ser calculado de acuerdo a la ley de la gravitación universal de Newton.

Para el cálculo del efecto topográfico, es necesario conocer la topografía alrededor de cada punto de cálculo. Para esto, las

masas topográficas son subdivididas en cuerpos elementales, para los cuales existe una solución cerrada de las integrales de masa (Torge 2001). Ha sido demostrado por Molodensky (1945), que la superficie física de la Tierra puede ser determinada solamente a partir de mediciones geodésicas sin tener en cuenta una hipótesis pre-determinada de la distribución de densidades dentro de la misma. Sin embargo, se debe asumir una densidad media para calcular la contribución topográfica. Los prismas esféricos de densidad constante (ej. tesoroides) son especialmente apropiados ya que son fáciles de obtener por medio de simples transformaciones a partir de un modelo digital de elevaciones (DEM). Para ello, el efecto de cada componente de masa puede ser calculado por separado, y luego todos los efectos individuales pueden ser sumados para calcular el efecto topográfico total (Heck y Seitz 2007).

En el presente trabajo se presenta un programa que implementa la metodología más moderna utilizada para la corrección del efecto topográfico de los modelos satelitales. El método presentado utiliza prismas esféricos en un sistema de coordenadas esféricas, permitiendo de esta forma tener en cuenta la curvatura terrestre. Al utilizar una solución esférica se elimina el error inducido por aplicar una solución plana, haciendo que la aproximación sea más exacta y volviendo al método muy útil especialmente para cálculo a escala regional. Esto permite aprovechar al máximo la potencialidad de la cobertura regional de los nuevos datos satelitales.

## MODELOS GLOBALES DE GRAVEDAD

Los modelos del campo gravitatorio terrestre son presentados como un conjunto de coeficientes de una expansión en armónicos esféricos del campo de gravedad hasta un determinado grado y orden el cual nos da la resolución espacial del modelo (Barthelmes 2009). Estos modelos de alta resolución están basados en observaciones de datos de gravedad satelitales, terrestres y marinos. A partir del modelo

de campo de gravedad terrestre podemos obtener el potencial de gravedad terrestre observado. Luego, substrayendo de este último el potencial de gravedad normal (de un elipsoide de referencia determinado), es obtenido el potencial anómalo ( $T$ ) (Janak y Sprlak 2006). A partir del potencial anómalo se pueden obtener distintas cantidades derivadas directamente relacionadas con la distribución de densidades de las diferentes masas que componen la litosfera. Para el modelado litosférico se pueden utilizar las anomalías de gravedad o el tensor de gradiente gravimétrico (TGG).

### Anomalía de gravedad

La anomalía de gravedad generalizada  $\Delta_g$  de acuerdo a la teoría de Molodensky (Molodensky *et al.* 1962, Hofmann-Wellen- hof y Moritz 2006), explicado por Barthelmes (2009), es la magnitud de la gravedad,  $g$ , en un punto dado  $(b, \lambda, \phi)$  menos la gravedad normal,  $\gamma$ , a la misma longitud y latitud, pero a la altura elipsoidal  $b - \zeta_g$  en donde  $\zeta_g$  es la anomalía de altura generalizada:

$$\Delta_g(b, \lambda, \phi) = g(b, \lambda, \phi) - \gamma(b - \zeta_g, \phi)$$

La altura  $b$  es asumida sobre o fuera de la superficie terrestre, es decir  $b \geq b_p$ , por ello la anomalía de gravedad es una función en el espacio fuera de las masas. De esta forma la gravedad observada en la superficie terrestre puede ser utilizada sin la necesidad de calcular una prolongación descendente ni una reducción (Barthelmes 2009).

La anomalía de gravedad reducida por topografía, explicada por Barthelmes (2009), es la diferencia entre la gravedad observada y la gravedad del elipsoide de referencia y que al mismo tiempo no contiene el efecto de las masas sobre el geoide. Utilizando un modelo digital de elevaciones de la superficie terrestre, y una hipótesis de distribución de densidades, el potencial  $V_t$  puede ser calculado de manera aproximada (Barthelmes 2009). De esta forma, la anomalía de gravedad reducida por topografía es:

$$\Delta_{gr}(b, \lambda, \phi) = |\nabla[W(b, \lambda, \phi) - V_t(b, \lambda, \phi)] - |\nabla U(b - \zeta_g, \phi)|$$

en donde  $W$  es el potencial real en un punto dado  $(b, \lambda, \phi)$ ,  $V_t$  es el potencial de gravedad de la topografía en el mismo punto, y  $U$  es la gravedad del potencial de referencia a la misma longitud y latitud pero a la altura  $b - \zeta_g$  (ver Barthelmes 2009 para una revisión).

### Tensor de gradiente gravimétrico

El tensor de Marussi ( $M$ ) está compuesto por cinco elementos independientes y es obtenido como la segunda derivada del potencial anómalo (Hofmann-Wellen- hof y Moritz 2006):

$$M = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xx} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{yx} \\ T_{xx} & T_{yy} & T_{xx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial x} & \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

En un sistema de coordenadas esférico, las componentes del tensor de Marussi ( $M = (T_{ij})$ ) están dadas por Tscherning (1976) y pueden ser resueltas numéricamente utilizando cualquiera de los tres métodos que se mencionarán en la sección 3.

$$T_{11} = \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$T_{12} = \frac{1}{r^2 \cos \varphi} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi \partial \lambda} + \tan \varphi \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right) = T_{21}$$

$$T_{13} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) = T_{31}$$

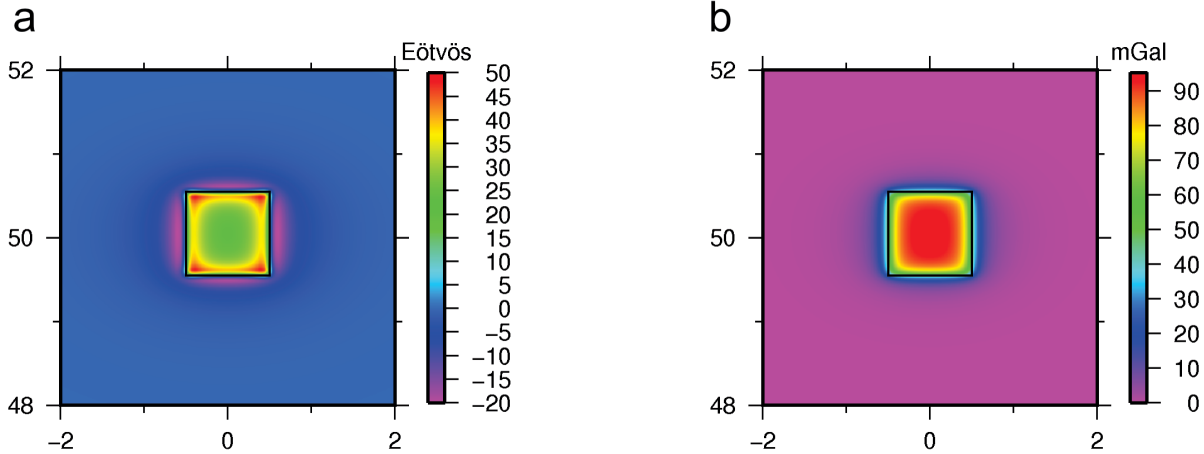
$$T_{22} = \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \lambda^2} + r \cos^2 \varphi \frac{\partial T}{\partial r} - \cos \varphi \sin \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right)$$

$$T_{23} = \frac{1}{r \cos \varphi} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r \partial \lambda} - \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right) = T_{32}$$

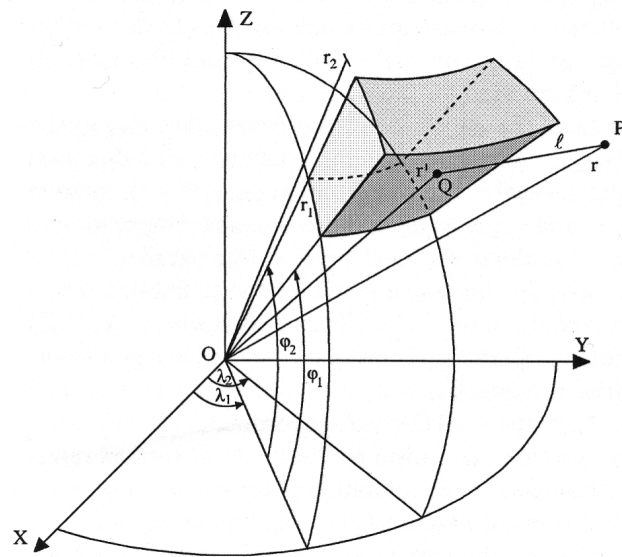
$$T_{33} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$$

### Principales diferencias entre la anomalía de gravedad y el gradiente vertical de la gravedad

Si bien el tensor de Marussi y la anomalía de gravedad reflejan variaciones de densidad de la corteza, ellos delinean características subsuperficiales bien distintas (Braitenberg *et al.* 2011, Álvarez *et al.* 2012). Para determinar cuál de ellos describe mejor una masa anómala, generamos un prisma esférico (Anderson 1976, Heck y Seitz 2007, Wild-Pfeifer 2008) de



**Figura 1:** Comparación entre el gradiente vertical de gravedad ( $T_{zz}$ ) y la anomalía gravimétrica ( $Ga$ ) para un prisma. El cuadrado centrado en  $0^\circ \pm 0.5^\circ$  y en  $50^\circ \pm 0.5^\circ$  representa la posición del prisma para el cual son calculados ambos efectos. a) Gradiente vertical de gravedad. b) Anomalía de gravedad.



**Figura 2:** Geometría del tesoroides (prisma esférico) en un sistema de coordenadas global (Kuhn 2000).

$1^\circ \times 1^\circ$  y 1.000m de altura con una densidad de  $\rho = 2,67\text{g/cm}^3$ . El prisma está centrado en una grilla de  $2^\circ \times 2^\circ$  y 0m de altura con una densidad de  $\rho = 1,027\text{g/cm}^3$ . Luego calculamos el gradiente vertical de la gravedad ( $T_{zz}$ ) y la anomalía de gravedad ( $Ga$ ) que genera dicho prisma (Fig. 1) a una altura de cálculo de 7.000m. El cálculo se realizó en un sistema de coordenadas esféricas.

Como podemos observar en la figura 1a el  $T_{zz}$  está centrado en la masa y presenta una señal positiva sobre el cuerpo, y una pequeña franja de amplitud negativa a lo largo de los bordes. La anomalía de gravedad (Fig. 1b) también se encuentra centrada sobre la masa, pero presenta un patrón más amplio y no muestra el rango

de valores negativos sobre los bordes del cuerpo, tal como lo expuesto por Braitenberg *et al.* (2011). Esto demuestra que el  $T_{zz}$  delimita de una manera más adecuada la posición de la masa anómala.

Cuando ambas cantidades son calculadas para las masas terrestres, se resaltan características geológicas equivalentes en forma diferente y complementaria (Braitenberg *et al.* 2011, Álvarez *et al.* 2012). El  $T_{zz}$  resalta las heterogeneidades de masa cuando el contraste de densidad es elevado, especialmente en corteza superior, sin embargo, la anomalía es más eficaz cuando el contraste de densidad es relativamente bajo y las estructuras geológicas resaltadas son profundas; en este caso el  $T_{zz}$  pierde resolución (Álvarez *et al.* 2012).

### GRADIENTES DE GRAVEDAD PARA LOS TESEROIDES

Un tesoroides (Fig. 2) es un cuerpo elemental limitado por líneas de grilla geográficas en una superficie de referencia elipsoidal (o esférica) y superficies de altura elipsoidal (o esférica) constante (Anderson 1976, Heck y Seitz 2007). Las superficies limitantes de un tesoroides (Fig. 2) consisten de un par de superficies de altura elipsoidal constante ( $h_1=cste., h_2=cste.$ ), un par de planos meridionales ( $\lambda_1=cste., \lambda_2=cste.$ ), y de un par de conos circulares coaxiales ( $\varphi_1=cste., \varphi_2=cste.$ ). En la mayoría de los casos, una aproximación esférica del tesoroides elipsoidal entrega buenos resultados (Novák y Grafarend 2005, Heck y Seitz 2007). Despreciando la elipticidad de la superficie de referencia, el par de superficies de altura elipsoidal constante ( $h_1, h_2$ ) consiste de esferas concéntricas con radio  $r_1=R+h_1$  y  $r_2=R+h_2$  en donde R es el radio de la esfera equivalente.

El potencial de las masas puede ser descrito por medio de la integral de Newton en coordenadas esféricas (Heiskanen y Moritz 1967, Blakely 1995):

$$V(P) = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho}{l} d\Omega$$

$$l = \sqrt{r^2 + \xi^2 - 2r\xi \cos \psi}$$

$$\cos \psi = \sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos(\lambda - \lambda')$$

En donde ( $r, \varphi, \lambda$ ) son las coordenadas esféricas del punto de cálculo P, ( $\xi, \varphi', \lambda'$ ) son

las coordenadas esféricas del punto de integración  $Q$  de la variable relacionada a un sistema de referencia terrestre,  $l$  es la distancia Euclídea entre dos puntos, y  $\psi$  es el ángulo entre la posición de los vectores  $P$  y  $Q$ . La constante de gravitación universal es  $G=6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$  (Wild-Pfeifer 2008),  $\rho$  es la densidad de masa local, y  $d\Omega = \xi^2 d\xi d\sigma$  es el elemento de volumen. Para discretizar las masas topográficas, se debe realizar la segmentación en elementos de volumen  $\Omega_i$  en donde la densidad  $\rho_i$  se asume como constante. Entonces, el potencial de un teseroide es:

$$V(P) = G \sum_i \rho_i \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{d\Omega}{l}$$

Esta integral triple del potencial gravitacional y sus primeras y segundas derivadas no tiene soluciones analíticas. Para resolver esta integral triple, se deben aplicar métodos numéricos utilizando uno de los tres métodos siguientes (Asgharzadeh *et al.* 2006, Wild-Pfeifer 2008, Grombein *et al.* 2010):

- 1°) Una expansión del núcleo de la integral en series de Taylor.
- 2°) El método de la cuadratura de Gauss-Legendre ( $GL_Q$ ) en 3D.
- 3°) Dividiendo la integral en una integral unidimensional sobre el parámetro radial  $\xi$ , para la cual existe una solución analítica, y una integral esférica 2D, la cual es resuelta aplicando el método  $GL_Q$ .

### IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

El programa presentado “*DEM2tess*” permite convertir un modelo digital de elevaciones (*DEM*) expresado en un sistema de coordenadas geodésico ( $\lambda, \varphi, h$ ) en un conjunto de teseroides (elementos de masa) de densidad constante que son expresados en un sistema de coordenadas geocéntrico. Este programa (*DEM2tess*) fue desarrollado en el lenguaje de programación C++. El archivo de entrada es un *DEM* cuyo formato debe estar organizado en columnas de longitud, latitud y cota, separados por espacio. El archivo de salida, tiene un formato adecuado

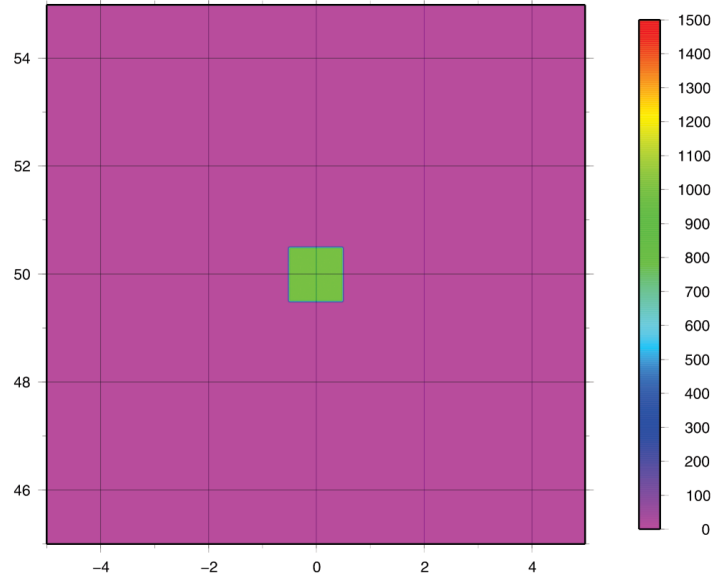


Figura 3: Prisma de  $1^\circ \times 1^\circ$  con 1 km de altura centrado en la latitud de  $50^\circ\text{N}$  y longitud 0, que simula una topografía sintética.

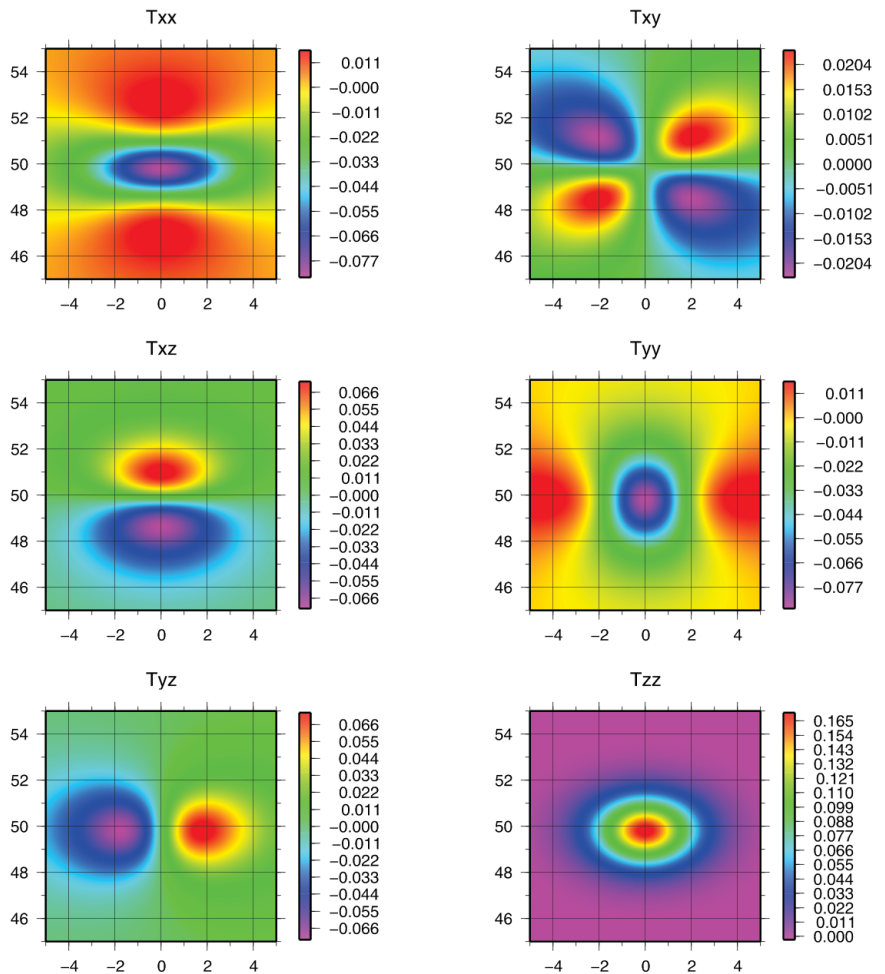
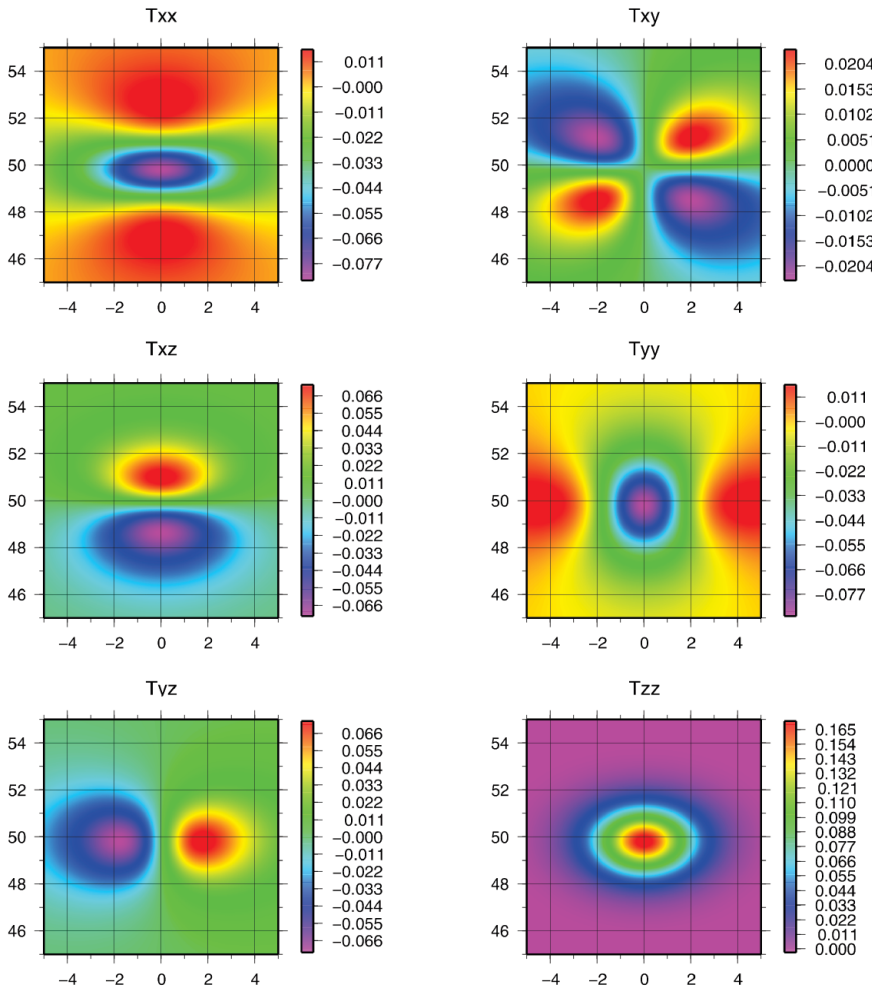


Figura 4: TGG generado utilizando una topografía sintética de  $1^\circ \times 1^\circ \times 1 \text{ km}$ ,  $n_s = m_p = p_r = 8$ , y una altura de cálculo de 250 km; calculado con el programa *Tesseroide-V2* luego de transformar la topografía sintética en teseroides con el programa *DEM2tess*, el cual utiliza prismas esféricos para el cálculo. La escala está en Eötvös.



**Figura 5:** TGG generado utilizando un tesoroides de 1° x 1° x 1 km,  $n_\lambda = m_\varphi = p_r = 8$ , y una altura de cálculo de 250 km; calculado con el programa *Tesseroids* (Uieda et al. 2010), el cual utiliza prismas esféricos para el cálculo. La escala está en Eötvös.

para utilizar el programa *Tesseroids* (Uieda et al. 2010), al cual lo modificamos (*Tesseroids-V2*) para poder calcular el potencial anómalo ( $T$ ) y el tensor del gradiente gravimétrico (TGG) generado por la topografía, ya que la versión original sólo permitía trabajar con modelos sintéticos. El programa original (*Tesseroids*) calcula las componentes del tensor de gradiente gravimétrico con órdenes  $n_\lambda$ ,  $m_\varphi$  y  $p_r$  de la cuadratura de Gauss-Legendre ( $GLQ$ ), inicializadas a priori por el usuario. La modificación del programa consiste en la variación del orden del  $GLQ$  en función de la distancia entre el tesoroides y el punto de cálculo con el fin de optimizar la velocidad de procesamiento. La utilización de órdenes variables para un mismo punto de cálculo, consiste en utilizar órdenes altos (ej.  $n_\lambda = m_\varphi = p_r = 8$ ) para los elementos de

la topografía (los cuales fueron transformados en tesoroides) cercanos al punto de cálculo, los cuales generan un potencial mayor sobre dicho punto, y utilizar órdenes menores (ej.  $n_\lambda = m_\varphi = p_r = 2$ ) para los elementos lejanos, cuya influencia es menor. La precisión en el resultado final no se ve afectada de manera significativa, pero esta metodología nos permite optimizar el tiempo de procesamiento de manera sustancial, lo cual es fundamental para el cálculo sobre grandes áreas. El programa comienza leyendo el archivo de entrada y calculando el espaciado de la grilla en longitud y latitud:

$$\Delta_\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (1)$$

$$\Delta_\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (2)$$

Se realiza la transformación de un sistema de coordenadas geográfico a un sistema

de coordenadas geocéntrico de acuerdo a la siguiente ecuación (Torge 2001):

$$\bar{\varphi} = \tan^{-1} \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^2 \tan \varphi \right] \quad (3)$$

En donde  $\varphi_i$  se convierte a  $\bar{\varphi}_i$  por medio de la Eq. (3),  $a=6.378.137m$  es el radio ecuatorial terrestre, y  $b=6.356.752,3141m$  es el radio del semieje menor terrestre. La coordenada  $\varphi_2$  obtenida por medio de Eq. (2) se convierte a  $\bar{\varphi}_2$  por medio de la Eq. (3), y  $h_R$  es obtenido como:

$$h_R = R + b \quad (4)$$

En donde  $b$  es la altura obtenida a partir del DEM para cada punto, y  $R=6.371.000m$  es el radio medio terrestre. Si  $h_R$  es mayor que  $R$ , el punto actual es mayor en cota que el nivel del mar y corresponde a la topografía, por ello la densidad del tesoroides correspondiente es asignada como la densidad media de la corteza  $\rho_c=2,670 g/cm^3$ . El límite superior de la altura elipsoidal del tesoroides es  $h_s=h_R$ , y el límite inferior es  $h_i=R$ . Caso contrario, si  $h_R$  es menor que  $R$ , la densidad del tesoroides es igual a la densidad oceánica media  $\rho_o=1,027 g/cm^3$ . El límite superior de la altura elipsoidal del tesoroides es  $h_s=R$ , y el límite inferior es  $h_i=h_R$ . De esta forma, el tamaño y densidad es obtenido para cada tesoroides. Se genera una nueva línea de salida ( $\lambda_p, \lambda_p, \varphi_p, \varphi_p, h_p, h_p, \rho$ ). De esta forma, la grilla topográfica completa es transformada en un conjunto de tesoroides de densidad constante.

## CÁLCULO Y RESULTADOS

### Cálculo del TGG para una topografía sintética convertida a tesoroides

Se generó una topografía sintética de 10° x 10° con un prisma central de altura constante y 1' de espaciado de grilla. Las dimensiones del prisma son de 1° x 1° con 1 km de altura centrado en la latitud de 50°N y longitud 0° (Fig. 3).

Esta topografía sintética fue transformada en un conjunto de tesoroides utilizando el programa *DEM2tess*. La salida de éste programa fue utilizada como datos de entrada para el programa *Tesseroids-V2*, utilizando  $n_\lambda = m_\varphi = p_r = 8$  para el cálculo en condiciones de normales. Sin embargo,

cuando el punto de cálculo se encuentra distante del punto de integración el programa utiliza  $n_\lambda=m_\varphi=p_r=2$  para optimizar de esta manera el tiempo de proceso, tal como se explicó anteriormente.

Los componentes del TGG son mostrados en la figura 4. Se utilizó una altura de 250km para el punto de cálculo  $Q$  para determinar el efecto a la altura de la órbita del satélite *GOCE*.

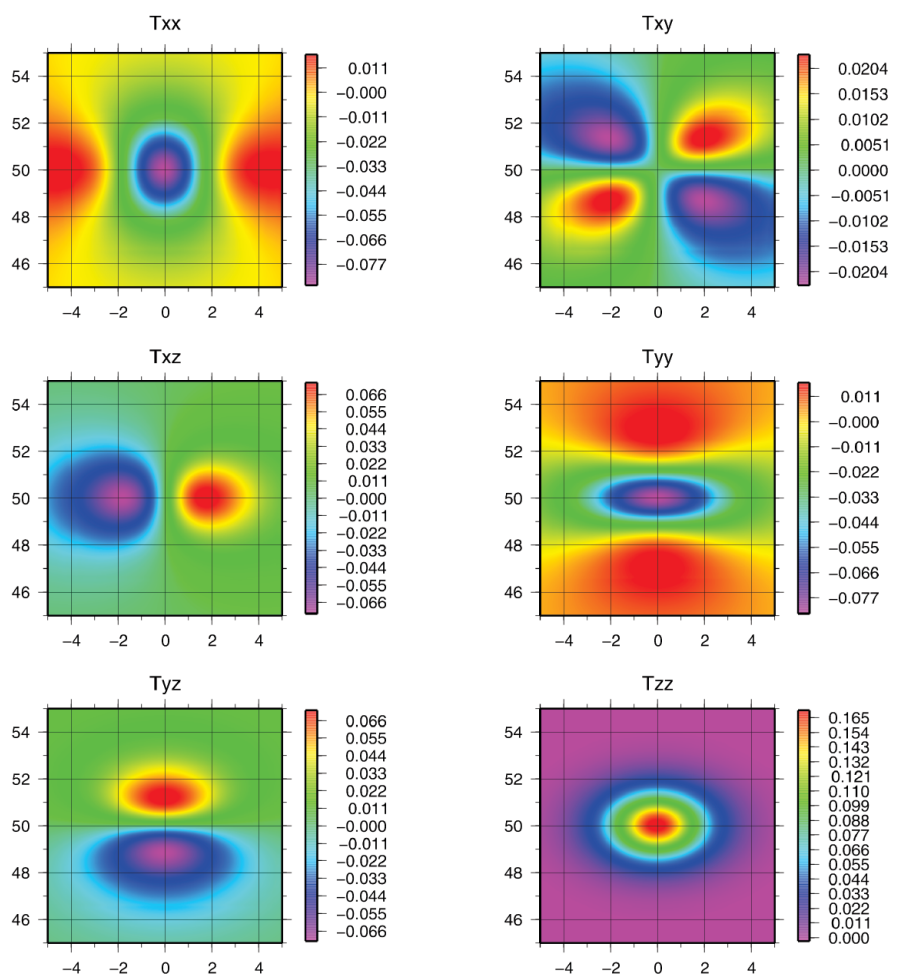
**Cálculo del TGG para un teseroide**

Para evaluar los resultados y el tiempo de proceso, se generó un teseroide de  $1^\circ \times 1^\circ$  y 1km de altura centrado a  $50^\circ\text{N}$  y  $0^\circ\text{E}$  para que tuviera las mismas características que el prisma topográfico. Este teseroide único, se dividió en otros más pequeños utilizando *divmod* (Uieda *et al.* 2010) para obtener mayor precisión en los cálculos. Con el conjunto de teseroides obtenidos se calculó el TGG (Fig. 5) utilizando el programa original de *Tesseroids* (Uieda *et al.* 2010), con los valores  $n_\lambda=m_\varphi=p_r=8$ .

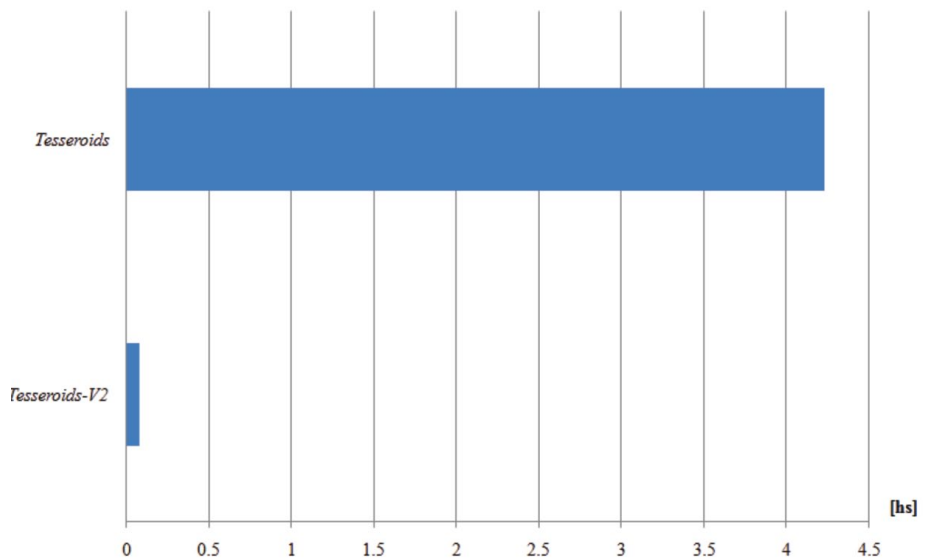
**Cálculo del TGG para una topografía sintética con prismas rectangulares**

Por otro lado, utilizando el prisma topográfico que simula una topografía sintética, se calculó el efecto sobre el TGG pero con el programa *TC* (Forsberg 1984) que realiza el cálculo por medio de prismas rectangulares (Nagy 1966, Nagy *et al.* 2000) en lugar de prismas esféricos. El TGG obtenido se presenta en la figura 6. La componente X del programa *Tesseroids* se ubica en la dirección N-S, mientras que la componente Y en la dirección W-E. Por el contrario, la componente X del programa *TC* se ubica en dirección O-E, mientras que la componente Y está en dirección N-S. Es por ello, que el  $T_{xx}$  calculado con *Tesseroids* corresponde al  $T_{yy}$  calculado con el programa *TC*, y así sucesivamente para todas sus componentes. Teniendo en cuenta la consideración anterior y comparando los resultados podemos observar una gran consistencia entre los tres programas.

El programa *Tesseroids-V2* realizó el cálculo de las diferentes componentes del TGG para el prisma topográfico en un promedio de 4 minutos y 32 segundos,



**Figura 6:** TGG generado utilizando una topografía sintética de  $1^\circ \times 1^\circ \times 1$  km y una altura de cálculo de 250 km; calculado con el programa *TC* (Forsberg1984), el cual utiliza prismas rectangulares para el cálculo. La escala está en Eötvös.



**Figura 7:** Comparación del tiempo de cálculo [hs].

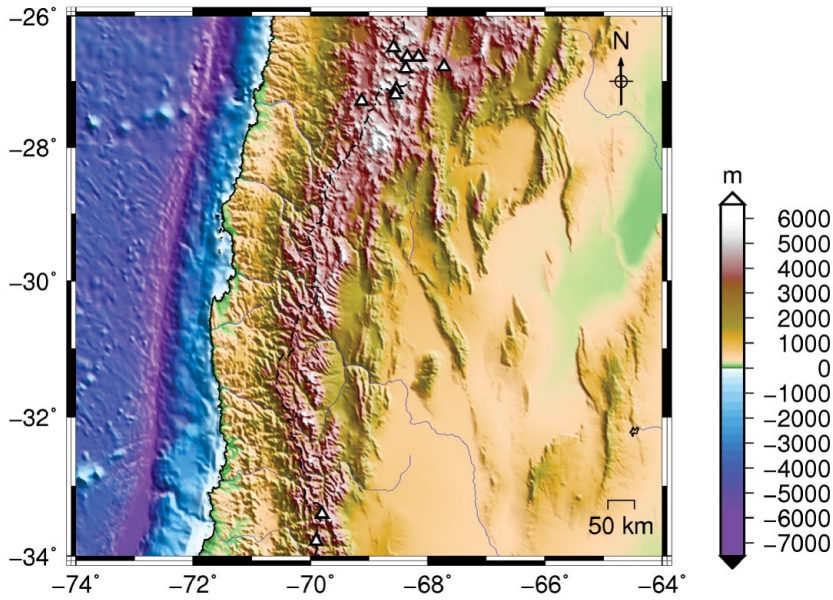


Figura 8: Modelo digital de elevaciones seleccionado para el cálculo del efecto topográfico sobre las componentes del tensor de gradiente gravimétrico.

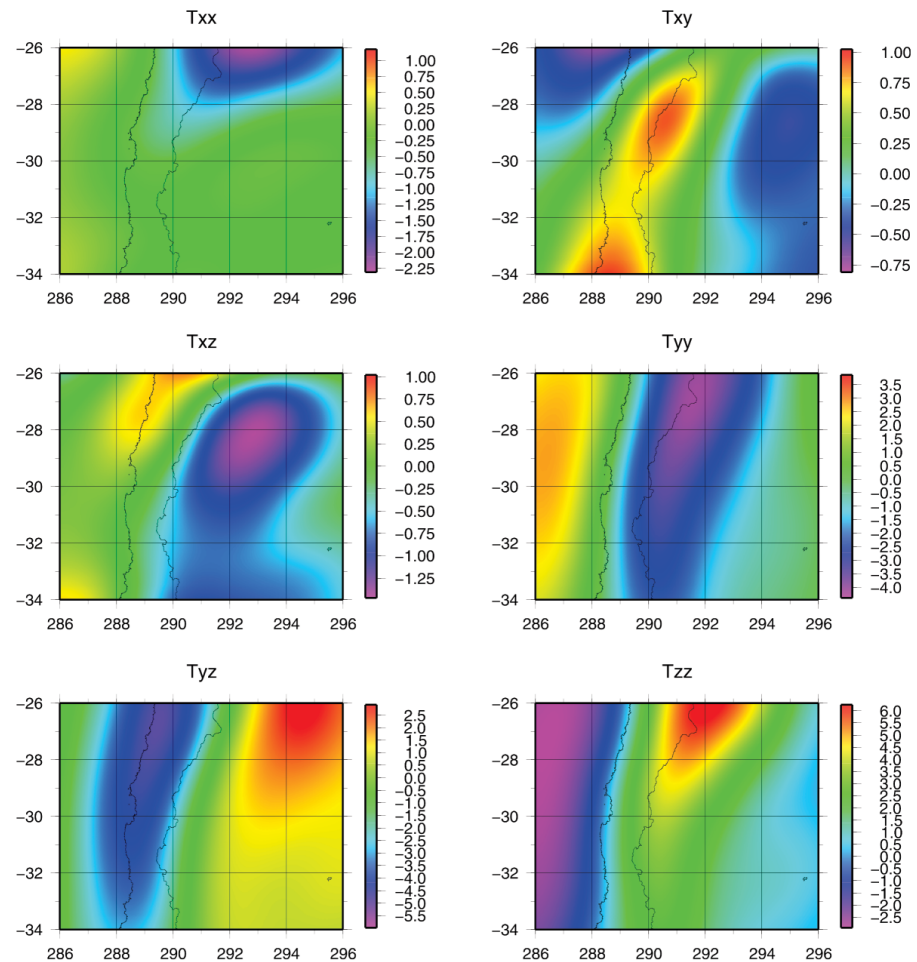


Figura 9: TGG para el DEM, calculado con el programa *Tesseroids-V2* luego de convertir la topo-batimetría en tesoroides con el software *DEM2tess*. La escala está en Eötvös.

mientras que el programa *Tesseroids* original completo el mismo cálculo en un promedio de 4 horas y 13 minutos (Fig. 7). Esta optimización es crítica para el paso siguiente que es el cálculo con una topografía real.

**Calculo del TGG para un DEM**

La región entre las latitudes 26°S y 34°S y longitudes 74°O y 64°O (Fig. 8) fue seleccionada para el cálculo del efecto topográfico sobre las componentes del TGG. El DEM utilizado fue el modelo de relieve global *ETOPO1* que incluye batimetría (Amante y Eakins 2008).

El modelo fue transformado en un conjunto de tesoroides utilizando el programa *DEM2tess*. Luego, las componentes del TGG fueron calculadas a una altura de cálculo de 250km utilizando el programa *Tesseroids-V2*. Las componentes del TGG obtenidas para el DEM se muestran en la figura 9.

**CONCLUSIONES**

En el marco del auge de las nuevas misiones de gravedad satelitales con múltiples aplicaciones en diversas disciplinas como tales como oceanografía, geodesia física, geodinámica y geofísica, se presenta un método moderno para la corrección por efecto topográfico de los datos satelitales. Se presenta un programa que permite transformar un DEM en prismas esféricos (*tesseroids*) para calcular el efecto que generan las masas topográficas en el campo de gradiente gravitatorio. El programa *Tesseroids-V2* mejora la velocidad de proceso notablemente. El cálculo con prismas esféricos es una aproximación más exacta que el cálculo utilizando prismas rectangulares (Heck y Seitz 2007, Wild-Pfeifer 2008, Grombein *et al.* 2010) y reduce el error del efecto estimado. En suma, el programa *DEM2tess*, que es utilizado en conjunto con el programa *Tesseroids-V2*, es una nueva herramienta para el cálculo del efecto topográfico en coordenadas esféricas, el cual es luego sustraído de los datos de gravedad satelital.

Este programa es de alta utilidad para estudios corticales y litosféricos, especial-

mente a escala regional ya que los gradientes del campo de gravedad resaltan importantes características geológicas tales como depósitos volcánicos, suturas entre terrenos y lineamientos tectónicos (Braitenberg *et al.* 2011, Álvarez *et al.* 2012).

#### AGRADECIMIENTOS

Agradecemos por el uso del software de mapeo GMT de Wessel y Smith (1998) y por el software de cálculo directo *Tesseroids* desarrollado por Leonardo Uieda. Agradecemos al Ministerio de Ciencia y Técnica - Agencia de Promoción Científica y Tecnológica, PICT07-1903, por el apoyo financiero. A la Agenzia Spaziale Italiana por el proyecto GOCE-Italy, el Ministerio dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (MIUR) bajo el proyecto PRIN, 2008CR4455\_003 por el apoyo financiero, y a ESA por la concesión de AO\_GOCE\_proposal\_4323\_Braitenberg.

#### TRABAJOS CITADOS EN EL TEXTO

- Álvarez, O., Gimenez, M.E., Braitenberg, C. y Folguera A. 2012. GOCE satellite derived gravity and gravity gradient corrected for topographic effect in the South Central Andes region. *Geophysical Journal International* 190: 941-959.
- Amante, C. y Eakins, B.W. 2008. ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis. NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24, U.S., National Geophysical Data Center, Marine Geology and Geophysics Division, 19 p., Boulder, CO.
- Anderson, E.G. 1976. The effect of topography on solutions of Stokes' problem. *Unisurv S-14*, Rep, School of Surveying, University of New South Wales, 252 p., Sidney.
- Asgharzadeh, M.F., VonFrese, R.R.B., Kim, H.R., Leftwich, T.E. y Kim, J.W. 2007. Spherical prism gravity effects by Gauss-Legendre quadrature integration. *Geophysical Journal International* 169: 1-11.
- Blakely, R.J. 1995. *Potential theory in gravity and magnetic applications*. Cambridge University Press, 441p., New York.
- Barthelmes, F. 2009. Definition of functionals of the geopotential and their calculation from spherical harmonic models theory and formulas used by the calculation service of the International Centre for Global Earth Models (ICGEM). Scientific Technical Report STR09/02, GFZ German Research Centre for Geosciences, Postdam, Germany, March 2009, <http://icgem.gfz-postdam.de>
- Braitenberg, C., Mariani, P., Ebbing, J. y Sprlak, M. 2011. The enigmatic Chad lineament revisited with global gravity and gravity-gradient fields. En Van Hinsbergen, D.J.J., Buitert, S.J.H., Torsvik, T.H., Gaina, C. y Webb, S.J. (ed.) *The Formation and Evolution of Africa: A Synopsis of 3.8 Ga of Earth History*, Geological Society (London) Special Publications 357: 329-341.
- Forsberg, R. 1984. A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modeling. Scientific Report No. 5, The Ohio State University Research Foundation, 129 p., Columbus.
- Forsberg, R. y Tscherning, C.C. 1997. Topographic effects in gravity modeling for BVP. En Sansò, F., Rummel, R. (ed.) *Geodetic boundary value problems in view of the one centimeter geoid*, Lecture Notes in Earth Sciences 65: 239-272.
- Grombein, T., Heck, B., y Seitz, K. 2010. Untersuchungen zur effizienten Berechnung topographischer Effekte auf den Gradiententensor am Fallbeispiel der Satellitengradiometriemission GOCE, Karlsruhe Institute of Technology, KIT Scientific Reports 7547, 94 p., Karlsruhe.
- Heck, B. y Seitz, K. 2007. A comparison of the tesseroid, prism and point mass approaches for mass reductions in gravity field modeling. *Journal of Geodesy* 81: 121-136.
- Heiskanen, W.A. y Moritz, H. 1967. *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Company, 364 p., San Francisco.
- Hirt, C., Kuhn, M., Featherstone, W.E. y Göttl, F. 2012. Topographic/isostatic evaluation of new-457 generation GOCE gravity field models. *Journal of Geophysical Research* 117: B05407, 458.
- Hofmann-Wellenhof, B. y Moritz, H. 2006. *Physical Geodesy*, 286p., Springer, Wien, New York.
- Janak, J. y Sprlak, M. 2006. New Software for Gravity Field Modelling Using Spherical Harmonic. *Geodetic and Cartographic Horizon* 52: 1-8.
- Kuhn, M. 2000. *Geoidbestimmung unter Verwendung verschiedener Dichtehypothesen. Reihe C, Dissertationen 520*, Deutsche Geodatische Kommission, 128p., München.
- Molodensky, M.S. 1945. Main Problem of geodetic gravimetry. *Trudy CNIIGAIK 42*, Geodezizdat, Moscú.
- Molodensky, M.S., Eremeev, V.F. y Yurkina, M.I. 1962. Methods for study of the external gravity field and figure of the earth. *Israel Program of Scientific Translations*, 248 p., Jerusalem
- Nagy, D. 1966. The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics* 31: 362-371.
- Nagy, D., Papp, G. y Benedek, J. 2000. The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy* 74: 552-560.
- Novák, P. y Grafarend, E.W. 2005. Ellipsoidal representation of the topographical potential and its vertical gradient. *Journal of Geodesy* 78: 691-706.
- Torge, W. 2001. *Geodesy*, Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, 417 p., Berlin
- Tscherning, C.C. 1976. Computation of the second-order derivatives of the normal potential based on the representation by a Legendre series. *Manuscripta Geodaetica* 1: 71-92.
- Uieda, L., Ussami, N. y Braitenberg, C.F. 2010. Computation of the gravity gradient tensor due to topographic masses using tesseroids. *Eos, Transactions, American Geophysical Union* 91, Meeting of Americas, Supplemental, Abstracts G22A-04.
- Wessel, P. y Smith, W.H.F. 1998. New, Improved Version of the Generic Mapping Tools Released, *Eos, Transactions, American Geophysical Union* 79: 579.
- Wild-Pfeiffer, F. 2008. A comparison of different mass element for use in gravity gradiometry. *Journal of Geodesy* 82: 637-653.

Recibido: 1 de febrero, 2013  
Aceptado: 9 de julio, 2013